

ПРИМЕНЕНИЕ MSC.NASTRAN ДЛЯ АНАЛИЗА ДИНАМИКИ РОТОРОВ

Л.Ю. Гинесин
Москва

Аннотация

На простом примере показаны особенности применения MSC.Nastran для анализа динамических характеристик вращающихся конструкций с учётом действия гироскопических моментов. Для ротора на упруго-демпферных опорах определены критические обороты и исследована реакция конструкции при вынужденных колебаниях, вызванных весовым и моментным дисбалансом. Построены амплитудно-частотные характеристики ротора турбины ГТД для различных возбуждающих нагрузок.

Разработана методика задания динамических нагрузок при прецессионном движении ротора, эквивалентных действию вращающихся неуравновешенных масс и моментных дисбалансов и вызывающих вынужденные колебания ротора.

Включение гироскопических членов в расчётную модель ротора выполнено с помощью DMAP процедуры RIDGYROA.V707, входящей в MSC.Nastran.

1. Введение

Задача анализа динамических характеристик вращающихся конструкций, в частности, расчет критических скоростей роторов и исследование реакции конструкции на возможные дисбалансы – одна из наиболее важных при проектировании и доводке турбомашин. При этом необходимо обеспечить требуемые жёсткостные характеристики ротора, выбрать места расположения опор, а в общем случае упруго-демпферных опор – их параметры и т.д., гарантирующие отсутствие критических скоростей, допустимый уровень деформации ротора и вибрации двигателя в рабочем диапазоне оборотов. Наиболее общим и удобным инструментом прочностного исследования конструкции является МКЭ. Однако, обычно анализ динамических характеристик роторов выполняется специализированными системами расчёта роторной динамики, так как в своём большинстве конечно-элементных программ не учитываются гироскопические эффекты вращающихся конструкций [1].

Применение МКЭ позволяет на основе единого подхода проводить совместный динамический анализ турбомашин с моделированием всех роторов, опор, корпусов и узлов подвески. Комплекс MSC.Nastran имеет в своем составе специальную процедуру для расчета вращающихся конструкций с учетом гироскопических моментов – DMAP альтер RIDGYROA.V707 (номер расширения 707 связан с номером текущей версии 70.7 MSC.Nastran) [2]. Эта процедура дает возможность проводить расчеты критических скоростей ротора при различных значениях коэффициента прецессии или различной угловой скорости прецессии, а также анализировать реакции ротора на возможные дисбалансы при различных скоростях вращения и различных частотах и фазах возбуждающих сил.

В данной работе предлагается методика применения MSC.Nastran для исследования динамических характеристик вращающихся конструкций с использованием альтера RIDGYROA.V707. На примере расчёта вынужденных колебаний для простого одновального ротора показан метод задания возбуждающих сил, эквивалентных действию вращающихся неуравновешенных масс, и вызывающих прецессионное движение ротора. Исследовано влияние массового и моментного дисбаланса на вибрацию и усилия в подшипниках ротора турбины низкого давления ГТД на упруго-демпферных опорах в рабочем диапазоне оборотов [3].

2. Гироскопический момент и нагрузки от неуравновешенных масс

Кратко рассмотрим основные определения при расчёте критических скоростей. Пусть ротор состоит из вала, вращающегося с угловой скоростью ω и несущего симметричный диск с полярным и диаметральной моментами инерции I_p и I_D . Вал прогибается под действием центробежной силы неуравновешенных масс и в месте крепления диска изогнутая ось вала поворачивается на угол α . Изогнутая ось вала вращается в пространстве, совершая прецессионное движение с угловой скоростью Ω . Допустим, что вал совершает регулярную круговую прецессию с постоянными значениями прогибов, углов поворота и угловой скорости прецессии. Тогда динамический изгибающий момент, действующий со стороны диска на вал при прецессионном движении равен:

$$M_{GYRO} = \Omega^2 \cdot \alpha \cdot I_D \cdot \left(1 - \frac{\omega}{\Omega} \cdot \frac{I_p}{I_D} \right) \quad (1)$$

В зависимости от взаимного направления угловых скоростей ω и Ω прецессия может быть как прямой, (направления совпадают) так и обратной (направления противоположны). Отношение угловых скоростей вращения ротора ω и изогнутой оси вала Ω называется коэффициентом прецессии $s = \omega/\Omega$. Если величины ω и Ω равны, то такое движение называется прямой (обратной) синхронной прецессией, а в случае, когда значение $s \neq \pm 1$ – несинхронной прецессией.

Вектор перемещения произвольной точки сечения ротора при его вращении с угловой скоростью Ω преобразуется к комплексной форме, при этом, если предположить в качестве оси вращения ось z , то оси x и y рассматриваются как действительная и мнимая оси на комплексной плоскости, т.е.:

$$r(\Omega t) = x \cdot \cos(\Omega t) + i \cdot y \cdot \sin(\Omega t) \quad (2)$$

Вводится преобразование от неподвижной системы координат (s) к системе координат, вращающейся с постоянной угловой скоростью (r) вокруг определённой оси. Для вращения вокруг оси z это преобразование записывается в виде [2]:

$$\begin{Bmatrix} x(t)_r \\ y(t)_r \\ z(t)_r \end{Bmatrix} = e^{i\Omega t} \begin{Bmatrix} 1 & -i & 0 \\ i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t)_s \\ y(t)_s \\ z(t)_s \end{Bmatrix} \quad (3)$$

С учётом этих соотношений вектор, совершающий круговое движение в направлении вращения ротора (прямая прецессия) должен иметь компоненты (для положительного направления вращения вокруг оси z) записываемые как:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Соответственно, вектор, совершающий круговое движение против направления вращения ротора (обратная прецессия) имеет компоненты:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

Поэтому, для расчёта реакции на дисбаланс компоненты вектора силы от неуравновешенной массы m , расположенной с эксцентриситетом ε и вращающейся вместе с ротором с угловой скоростью ω необходимо задавать в виде:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot m \cdot \varepsilon \cdot \omega^2 \cdot e^{i\omega t} \quad (6)$$

Компоненты вектора для моментного дисбаланса диска с моментами инерции I_P и I_D и угловым эксцентриситетом χ , с учетом направлений угловых перемещений в принятой системе координат, имеют вид:

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} i \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot (I_D - I_P) \cdot \chi \cdot \omega^2 \cdot e^{i\omega t} \quad (7)$$

При возбуждении обратной прецессии знаки мнимой части вектора усилий изменяются в соответствии с направлением вращения (формула 5).

Приведенные соотношения использованы для задания возбуждающих сил, эквивалентных действию вращающихся неуравновешенных масс и моментного дисбаланса, и вызывающих прецессионное движение ротора. Примеры и описание входных файлов MSC.Nastran для задания сил и расчёты вынужденных колебаний роторов приведены ниже.

3. Расчёт роторной динамики в MSC.Nastran

Расчёт критических скоростей роторов с помощью MSC.Nastran подробно рассмотрен в работах [3], [4]. Он основан на включении в расчёт альтера RIDGYROA.V707, который даёт возможность добавлять гироскопические члены в структурированную последовательность решения динамической задачи MSC.Nastran. Альтер позволяет находить критические скорости путём решения комплексной проблемы собственных значений и исследовать динамические характеристики конструкции с помощью как прямого или модального анализа частотного отклика, так и прямого или модального анализа произвольного переходного процесса (решения динамических задач SOL 107 – 112).

В зависимости от характера задачи при задании исходных данных можно выбирать между синхронной или несинхронной прецессией конструкции, т.е. задавать вклад гироскопических членов прямо пропорциональным угловой скорости вращения ротора или вычислять гироскопические члены при заранее заданной фиксированной частоте вращения вала. Выбор между опциями производится оператором PARAM, SYNC, и заданием частоты вращения ротора [об/мин] для несинхронной прецессии, вводимыми в секции CASE CONTROL.

Непосредственно, гироскопические члены, влияющие на частоты колебаний вращающейся конструкции, задаются операторами DTI, расположенными в секции BULK DATA.

Узлы конечно-элементной модели, в которых вводятся гироскопические члены, расположены на оси вращения вала в плоскостях дисков и других элементов ротора, для которых необходим учёт действия гироскопических моментов. Для объёмной модели обычно эти узлы удобнее всего связывать с перемещениями соответствующих элементов ротора (узлов конечно-элементной модели) с помощью связей RBE3. Такая модель позволяет непосредственно приложить гироскопический момент к прецессирующему кольцевому элементу ротора, в котором этот момент должен действовать, не изменяя жёсткостных характеристик конструкции. При этом предполагается, что величина гироскопического момента остаётся постоянной, если данный элемент подвергается изгибной деформации из своей плоскости. В ГТД это положение обычно справедливо из-за значительной жесткости дисков по сравнению с общей изгибной жесткостью ротора и при достаточно мелком его разбиении на кольцевые элементы, к которым прикладываются гироскопические моменты.

При задании на ротор нагрузок от силовой и моментной неуравновешенности, узлы модели, в которых прикладываются эти нагрузки, также должны быть расположены на оси вращения. Если в данной точке нет соответствующего конструктивного элемента, этот узел, как и узел с гироскопическим моментом, удобно связать с перемещениями соответствующих элементов ротора (узлов конечно-элементной модели) с помощью связей RBE3.

Критические скорости можно определять двумя различными методами – прямым или модальным решением комплексной проблемы собственных значений (SOL 107 или SOL 110). Для трехмерных моделей с большим числом степеней свободы модальный метод – сочетание метода Ланцоша для нахождения действительных значений и векторов и модального метода Хессенберга для комплексного решения оказывается наиболее экономичным и может дать выигрыш во времени решения более чем в 10 раз.

Пример задания исходных данных для расчёта критических скоростей модальным методом (SOL 110) приведён в таблице А1 приложения А.

4. Реакция ротора на дисбаланс

Особенности задания для вращающегося ротора нагрузок от неуравновешенных масс представлены на нескольких примерах.

В качестве первого примера рассмотрен расчет вынужденных колебаний вала на жестких опорах, несущего консольный диск [4]. Ротор имеет следующие параметры (см. рис.1): расстояние между опорами $L = 1\text{ м}$; длина консоли $C = 0,2\text{ м}$; наружный и внутренний диаметры вала $D = 0,07\text{ м}$; $d = 0,06\text{ м}$ (площадь поперечного сечения $0,001021\text{ м}^2$ и момент инерции сечения вала $5,424 \cdot 10^{-7}\text{ м}^4$); масса диска $M_D = 78,5398\text{ кг}$; диаметральный и полярный моменты инерции диска $I_D = 1,22718\text{ кгм}^2$ и $I_p = 2,45436\text{ кгм}^2$. Модуль упругости материала вала $E = 2 \cdot 10^{11}\text{ Н/м}^2$.

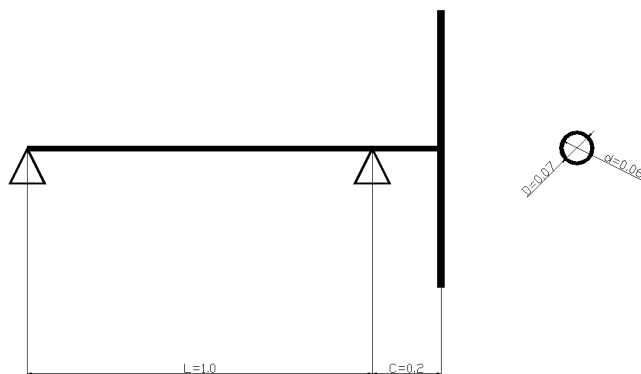


Рис. 1. Схема ротора.

Массовые и весовые характеристики диска имитируются с помощью 4^x масс, расположенных крестообразно на жестких невесомых стержнях, связанных с валом (см. рис. 2). Узел, в котором приложены гироскопические моменты, лежит на оси вращения в плоскости сосредоточенных масс и связан с ротором с помощью MPC-связей типа RBE3. Благодаря этому гироскопический момент действует непосредственно в узлах, в которых находятся массы. Пример входного файла исходных данных MSC.Nastran приведен в таблице A2 приложения А.

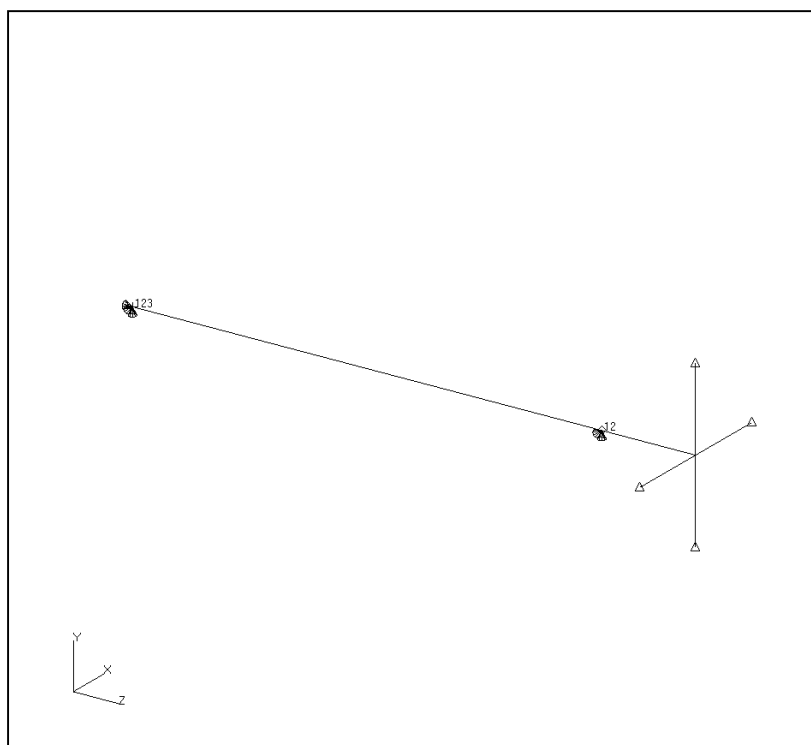


Рис. 2 расчётная модель ротора.

4.1 Прямая и обратная синхронные прецессии

В таблице 1 представлены операторы секции BULK DATA, задающие возбуждающую силу. В данном примере величина дисбаланса диска равна 0,001кгм. В операторе DLOAD, на который должна быть ссылка из секции CASE CONTROL, указано, что действуют две динамические нагрузки с коэффициентом 0,001. В соответствии с соотношением (4) первая из них задаёт действительную (направление 1, или x), а вторая – мнимую (направление 2, или y) часть комплексного вектора силы от неуравновешенной массы. Так как при вращении неуравновешенной массы центробежная сила пропорциональна квадрату угловой скорости (формула 6), то для задания коэффициента динамической нагрузки необходимо использовать оператор TABLED4. Коэффициент в этом операторе равен $(2\pi)^2$ и расположен в позиции, соответствующей члену ряда, зависящему от квадрата возбуждающей частоты. Знак '-' для мнимой части вектора можно задать или в операторе TABLED4, или в DAREA.

Таблица 1

Исходные данные для задания силового дисбаланса

```
DLOAD 23 1. 0.001 12 0.001 13
$      NODE COMPONENT SCALE
DAREA 20 25 1 1.
DAREA 30 25 2 1.
$      DAREA DELAY DPHASE REAL IMAG
RLOAD1 12 20          22
RLOAD1 13 30          33
$
TABLED4 22 0. 1. 10. 210.
$      A0  A1  A2
        0.0 0.0 39.478 ENDT
TABLED4 33 0. 1. 10. 210.
        0.0 0.0 -39.478 ENDT
```

Поскольку при расчете вынужденных колебаний также необходимо задавать демпфирование в конструкции, то в данном примере в операторе PARAM, G секции BULK DATA исходных данных (см. табл. 2 приложения А) указан общий коэффициент конструкционного демпфирования 2% (0.02).

Предварительно, для этого ротора были посчитаны собственные частоты изгибных колебаний вала и значения критических скоростей, которые приведены в таблице 2. Формы прямой и обратной прецессии показаны в приложении В.

Таблица 2

Собственные частоты вала с консольным диском

		Неподвижный ротор	Вращающийся ротор
Собственные частоты	1 изгибная форма	37,95	–
	2 изгибная форма	206,56	–
	Продольные колебания	229,5	229,5
	Изгибные колебания вала	288,18	268,03 276,65
Прямая синхронная прецессия	1 изгибная форма	–	58,92
Обратная синхронная прецессия	1 изгибная форма	–	29,44
	2 изгибная форма	–	160,34

На рис. 3 показан график перемещения центра диска в диапазоне частот вращения ротора 20–200гц. Поскольку, исходные данные соответствовали возбуждению неуравновешенной массой прямой синхронной прецессии ротора, на графике находится только один резонансный пик, совпадающий с первой критической скоростью.

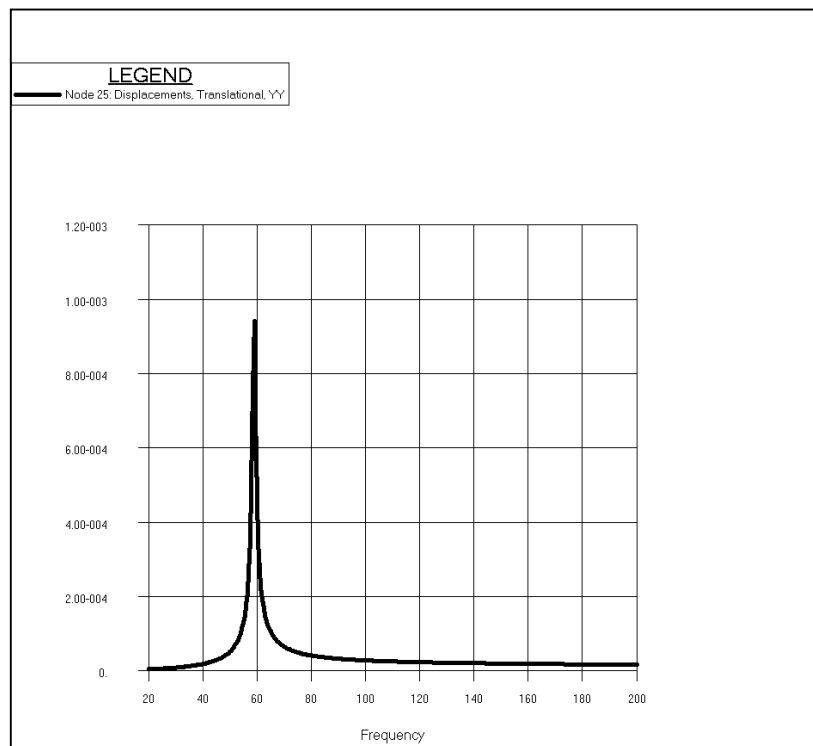


Рис. 3 Реакция ротора на дисбаланс (центр диска).

Пример задания исходных данных для случая возбуждения обратной прецессии ротора приведён в приложении А. В этом случае необходимо изменить знак с ‘-’ на ‘+’ для мнимой части вектора возбуждающей силы в операторе TABLED4, или в операторе DAREA.

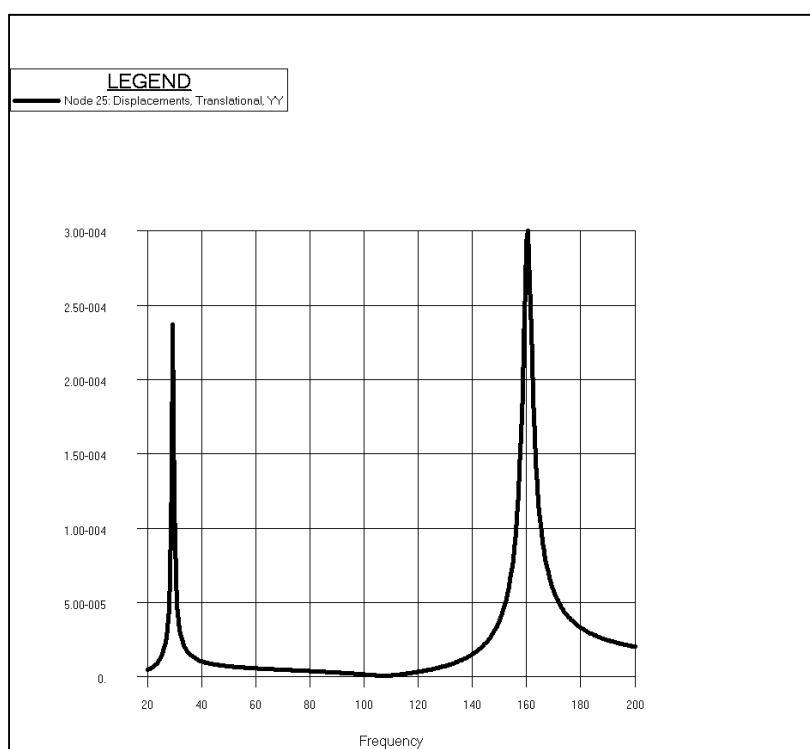


Рис. 4 Реакция ротора на возбуждение обратной прецессии (центр диска).

График реакции ротора на возбуждение обратной прецессии приведён на рис. 4. Видно, что резонансные пики перемещения центральной точки диска точно соответствуют значениям первой и второй критической скорости обратной прецессии.

В следующем примере показана реакция ротора при совместном действии массовой и моментной неуравновешенности. В этом случае в секцию BULK DATA, добавляются операторы, задающие возбуждающий момент (см. таблицу 3). В данном примере величина моментного дисбаланса диска равна 0,001кгм.м. В операторе DLOAD указано, что действуют четыре динамические нагрузки – две первые задают компоненты вектора силы и две вторые – компоненты вектора момента. В соответствии с соотношением (7) первая моментная нагрузка задаёт мнимую (направление 4, или RX), а вторая – действительную (направление 5, или RY) часть комплексного вектора неуравновешенного момента. Так как центробежный момент пропорционален квадрату угловой скорости (формула 7), то для задания коэффициента динамической нагрузки необходимо использовать оператор TABLED4.

Таблица 3

Исходные данные для силового и моментного дисбаланса

```

DLOAD 23 1. 0.01 12 0.01 13 0.001 14
0.001 15
$ F
DAREA 31 25 1 1.
DAREA 32 25 2 1.
$ DAREA DELAY DPHASE REAL IMAG
RLOAD1 12 31 22
RLOAD1 13 32 33
$ M
DAREA 34 25 4 1.
DAREA 35 25 5 1.
$ DAREA DELAY DPHASE REAL IMAG
RLOAD1 14 34 44
RLOAD1 15 35 55
$
$ F
TABLED4 22 0. 1. 10. 210.
0.0 0.0 39.478 ENDT
TABLED4 33 0. 1. 10. 210.
0.0 0.0 -39.478 ENDT
$ M
TABLED4 44 0. 1. 10. 210.
0.0 0.0 39.478 ENDT
TABLED4 55 0. 1. 10. 210.
0.0 0.0 39.478 ENDT

```

График реакции ротора на совместное действие силового и моментного дисбалансов приведен на рис. 5. Положение резонансного пика соответствует критической скорости прямой синхронной прецессии, поскольку в исходных данных направление вращения возбуждающих сил задано в ту же сторону, что и направление вращения ротора. Величина резонансного пика зависит от соотношения возбуждающих и демпфирующих сил и в каждом примере определяется соответствующими исходными данными.

Необходимо отметить особенности обработки в MSC.Patran комплексных векторов перемещений (а в общем случае также скоростей и ускорений), полученных в результате расчёта реакции ротора на дисбаланс. Для получения количественно правильного результата при создании графика, деформации и т.д., нужно при работе в меню **Results/Create** сначала, во время построения **Graph, Deformation** и т.д. в подменю **Plot Options** выбирать представление комплексного числа по модулю (**Complex No. as: Magnitude**), а затем при выборе типа результата в подменю

Select_Results выводить компоненты вектора по нужному направлению (для графика: **Graph/Select_Results/Quantity [X Component]** или **[Y Component]** при вращении вокруг оси Z); (для деформации: **Deformation/Select_Results/Show As: [Component]**). Проверка расчёта величин перемещений ротора при действии силовых и моментных дисбалансов приведена в приложении D на примере изгиба консольной балки.

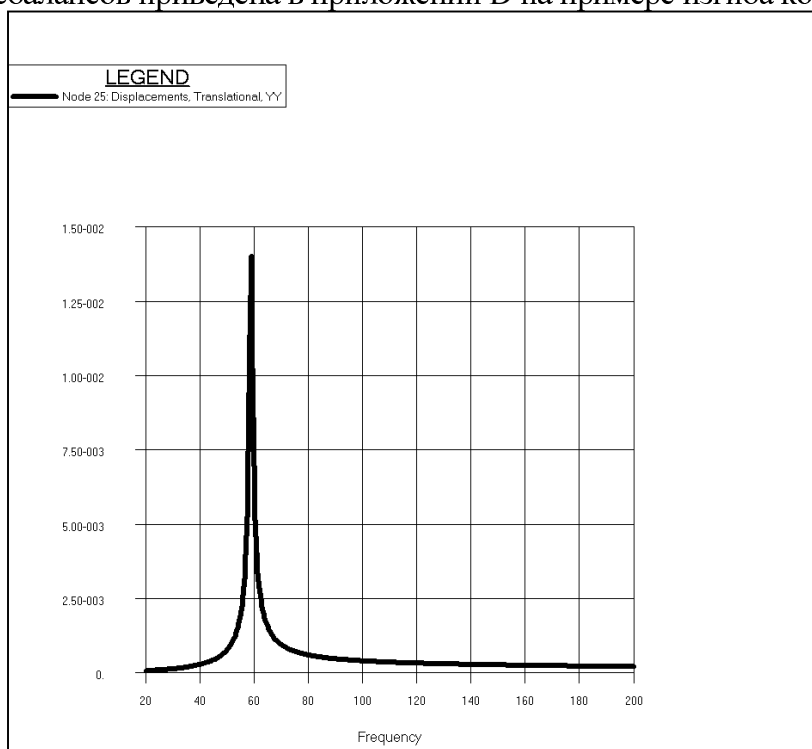


Рис. 5 Реакция ротора на силовой и моментный дисбаланс (центр диска).

4.2 Несинхронная прецессия ротора

Как было сказано выше, альтер RIDGYROA.V707 имеет, так называемую, опцию несинхронной прецессии, дающую возможность исследовать динамические характеристики ротора при различных значениях коэффициента прецессии или различных угловых скоростях вращения вала.

Для той же самой модели ротора при фиксированных значениях частоты вращения вала, равных 2400об/мин (40гц), выполнен расчёт отклика на возбуждение в диапазоне 0–200гц постоянной силой 0,01кг прямой и обратной прецессии. Исходные данные для примера приведены в приложении А. Рассчитанные значения собственных частот ротора с учётом действия гироскопических моментов, представлены в таблице 3.

Таблица 3

Собственные частоты вала с консольным диском
для скорости вращения ротора 2400об/мин.

Прямая прецессия	1 изгибная форма	52,03
	2 изгибная форма	228,18
Обратная прецессия	1 изгибная форма	26,90
	2 изгибная форма	188,81
Продольные колебания		229,5
Изгибные колебания вала		283,4
		298,6

На рис. 6 показан график перемещения центра диска в диапазоне частот вращения ротора 0–260гц. Поскольку, направление вращения силы совпадало с направлением вращения ротора, на графике видны два резонансных пика, совпадающих с первой и второй критическими скоростями прямой прецессии.

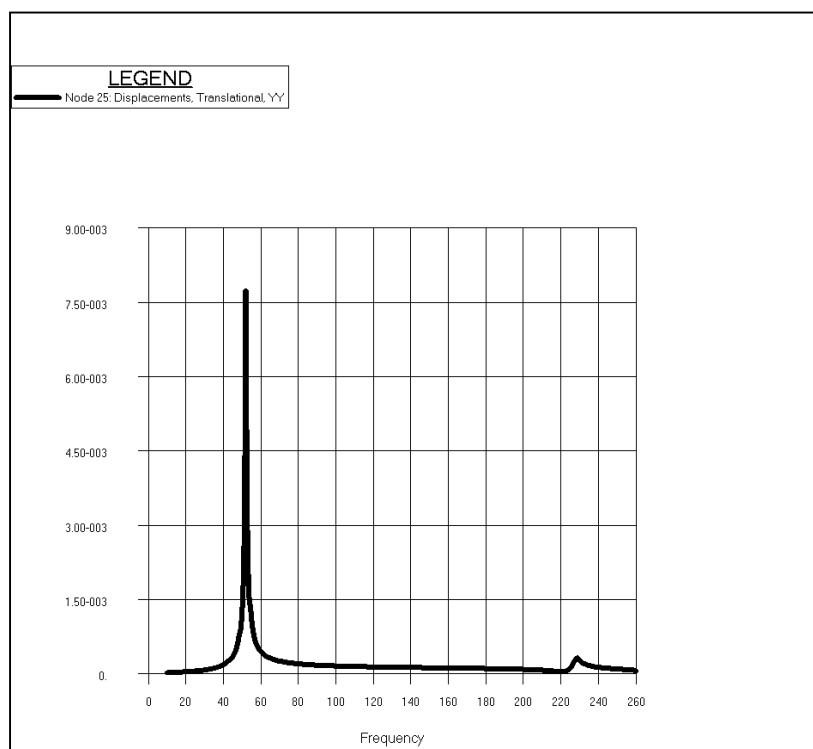


Рис. 6 Прямая прецессия ротора (центр диска)

Для этого же ротора проведён расчёт при изменении направления вращения возбуждающей силы на противоположное. В этом случае возбуждается обратная прецессия ротора и графике рис. 7 два резонансных пика точно соответствуют критическим скоростям обратной прецессии при заданной частоте вращения.

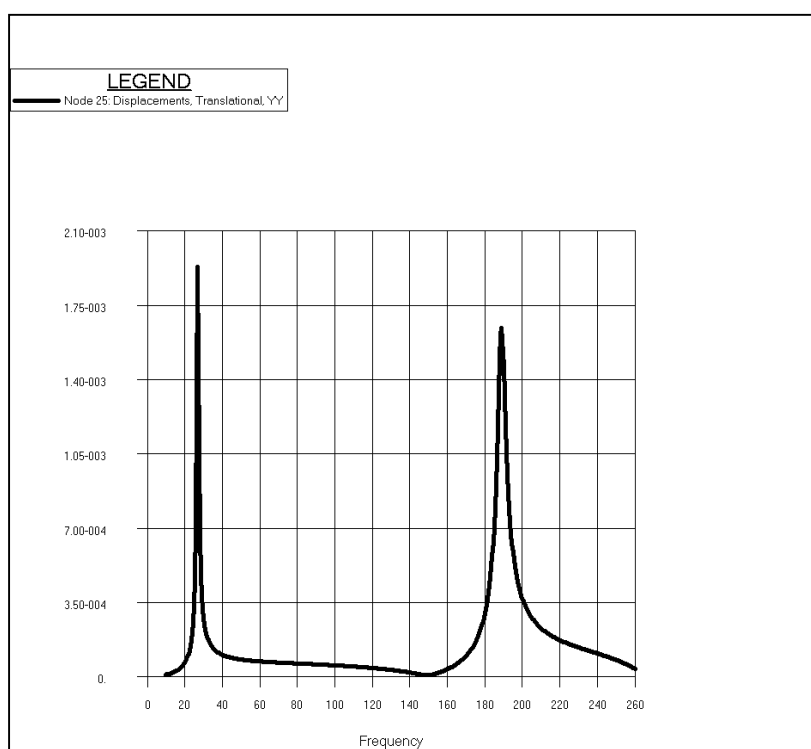


Рис. 7 Обратная прецессия ротора (центр диска)

5. Влияние массового и моментного дисбалансов на динамические характеристики ротора турбины низкого давления ГТД

В следующем примере приведены результаты исследования динамических характеристик ротора турбины низкого давления ГТД на упруго-демпферных опорах, являющиеся продолжением работы [3]. Для этого ротора проанализировано влияние массового и моментного дисбалансов рабочего колеса турбины на вибрацию и усилия в подшипниках ротора в широком диапазоне оборотов. Конечно-элементная модель описана в работе [3], массовый и моментный дисбалансы прикладывались к диску турбины с помощью описанной выше методики. Разрез модели ротора (в расчёте используется полная модель) показан на рис. 8.

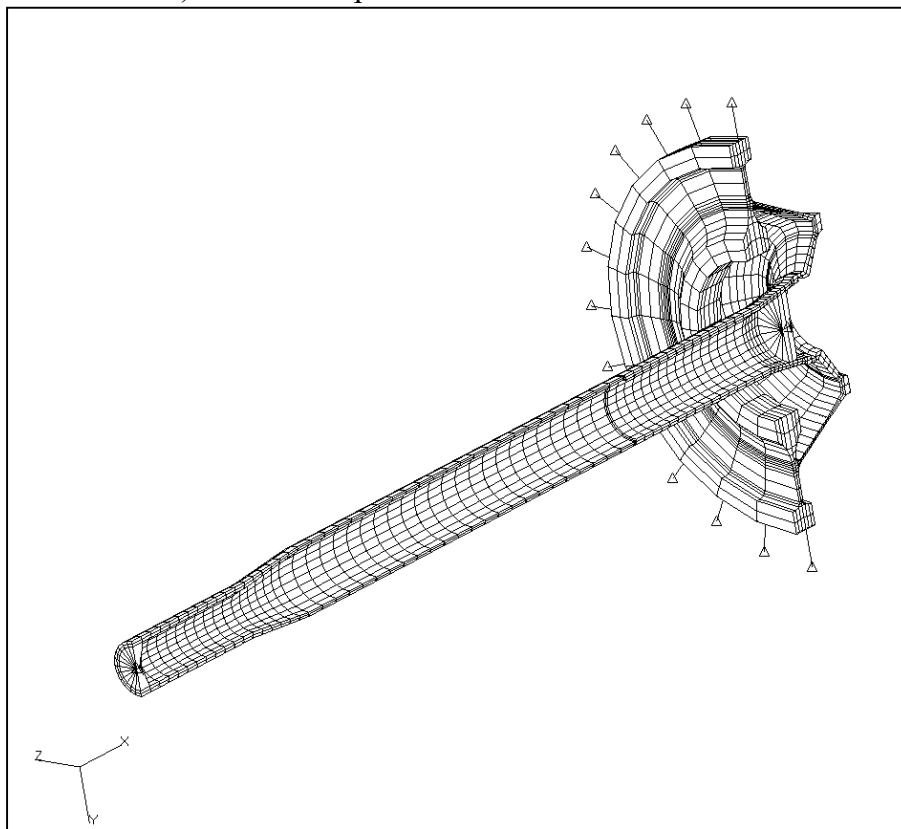


Рис.8. Конечно-элементная модель ротора турбины (половина модели)

Вязко-упругие опоры ротора моделировались элементами типа CELAS и CDAMP. Податливость опор задавалась элементами CELAS2, которые связывали центры жестких диафрагм, имитирующих подшипники, и основание (землю). Жесткости были равны и составляли 1000кгс/мм в двух направлениях. Демпфирование в опорах вводилось с помощью элементов CDAMP1, также связывающих центры диафрагм и основание, величина вязкого демпфирования в подшипниковых опорах была принята равной 0,1кгс·мм/сек.

Предварительно рассчитанная частотная диаграмма для изгибных форм колебаний ротора представлена на рис.9. На диаграмме приведены значения частот для прямой и обратной прецессии, как они получены в расчёте. Анализ показал, что колебания с частотой 58гц соответствуют скалочной форме с максимумом перемещений в районе задней опоры и практически не зависят от частоты вращения.

При расчёте амплитудно-частотной характеристики величина дисбаланса колеса турбины принята равной 0,001кгмм. Поскольку задача линейная, полученные величины перемещений, виброскоростей и т.д. легко могут быть пересчитаны для других значений дисбаланса. Величина моментного дисбаланса рассчитана в предположении, что осевое биение диска на радиусе обода составляет $\pm 0,1$ мм, тогда для данной геометрии и момента инерции диска величина его дисбаланса составила 0,1кгмм·мм.

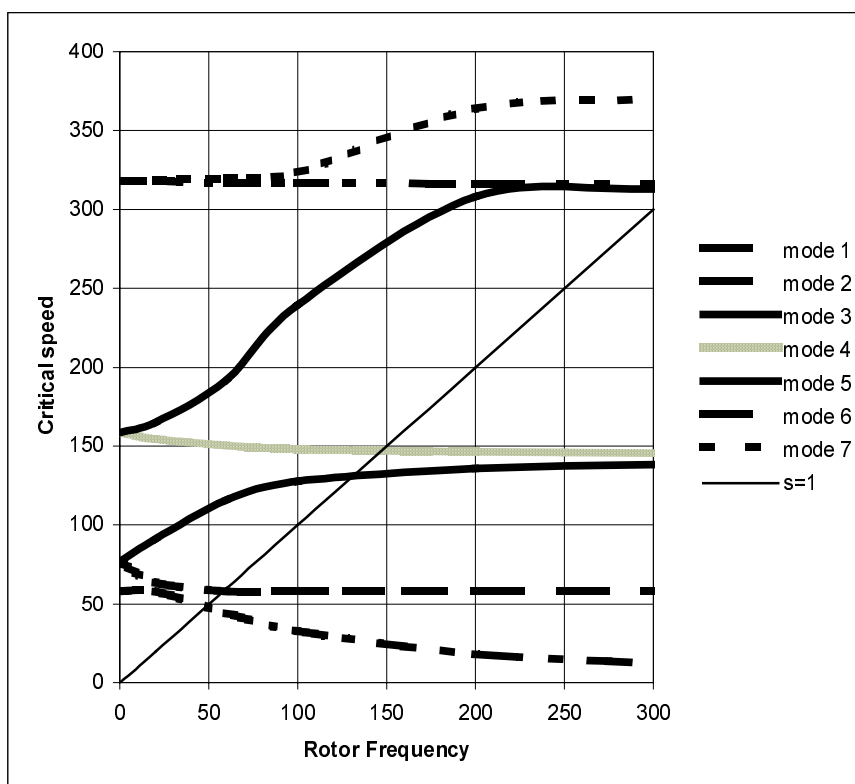


Рис.9. Частотная диаграмма ротора турбины

Расчёт реакции ротора турбины на дисбаланс проведён с использованием решения для модального частотного отклика – SOL111. Поскольку модель составлена из объёмных конечных элементов, при данной сетке разбиения использование прямого частотного отклика (SOL108) потребовало бы более 24 часов счёта на персональном компьютере РИИ-500 с 512Mb оперативной памяти. При решении с разложением по собственным формам колебаний время одного расчёта заняло меньше 20мин.

Результаты расчёта представлены в виде графиков на рис. 10-18. На этих рисунках для узлов опор ротора, расположенных в центрах диафрагм, имитирующих подшипники, построены амплитудно-частотные характеристики перемещений, скоростей, виброускорений и усилий. На первых четырёх рис. 10-14 приведены результаты расчётов для массового дисбаланса, а на рис. 15-18 – для моментного.

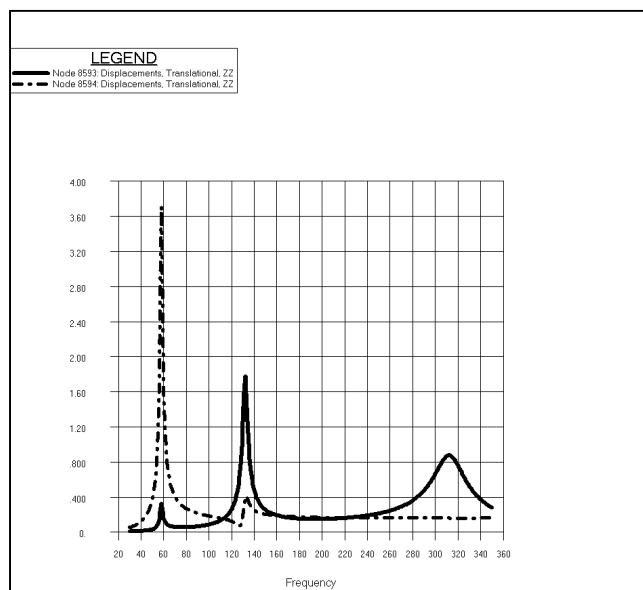


Рис.10 Перемещения, мм.

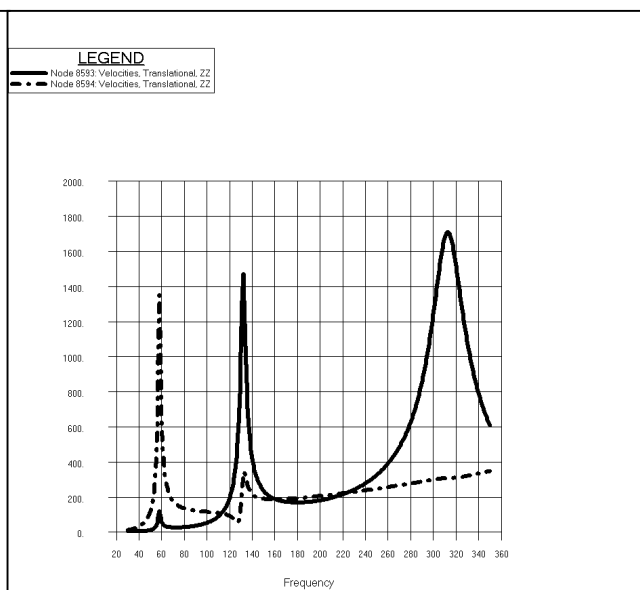


Рис.11 Виброскорости, мм/сек.

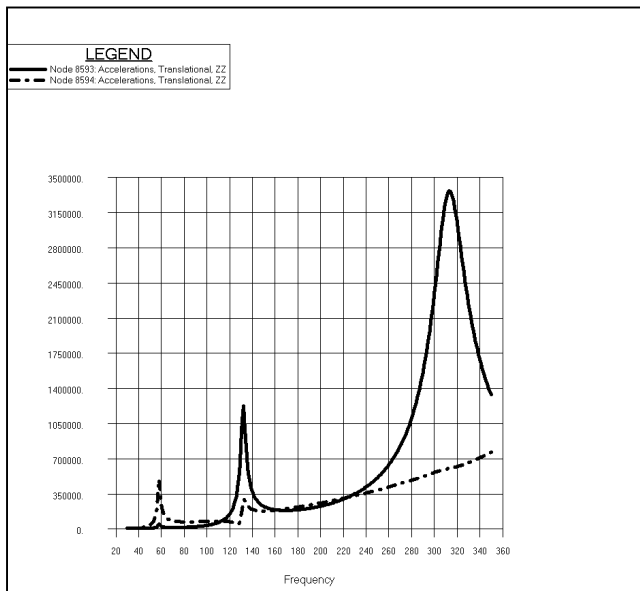


Рис.12 Виброускорения, мм/сек².

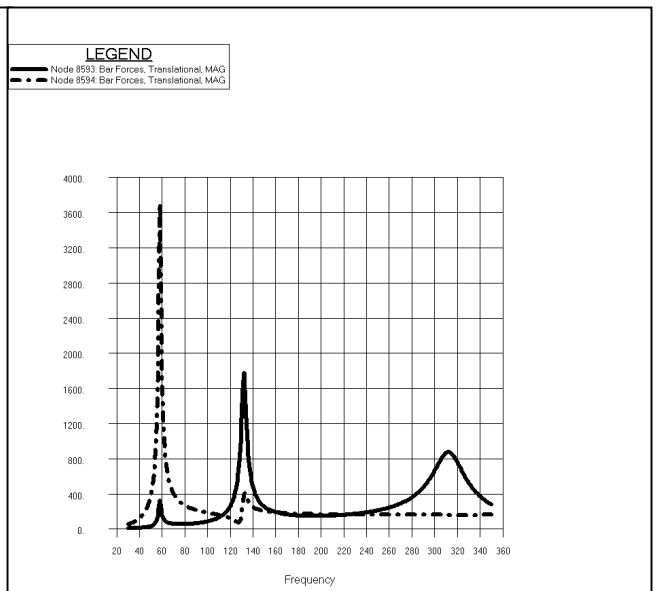


Рис. 13 Усилия в опорах, кг.

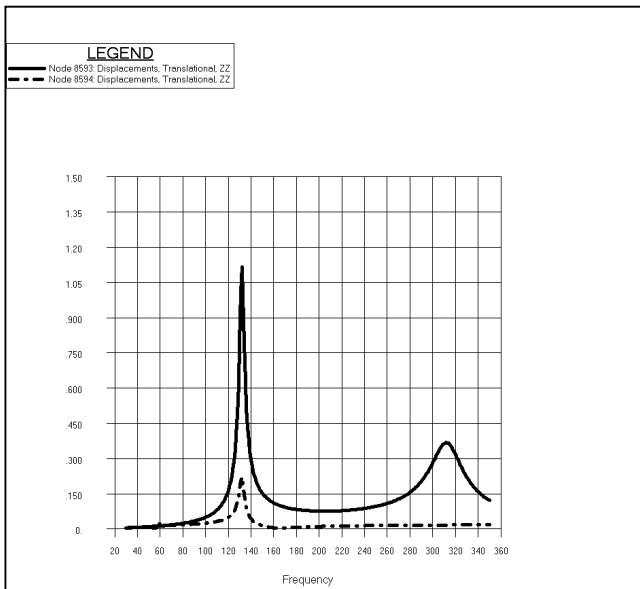


Рис.14 Перемещения, мм.

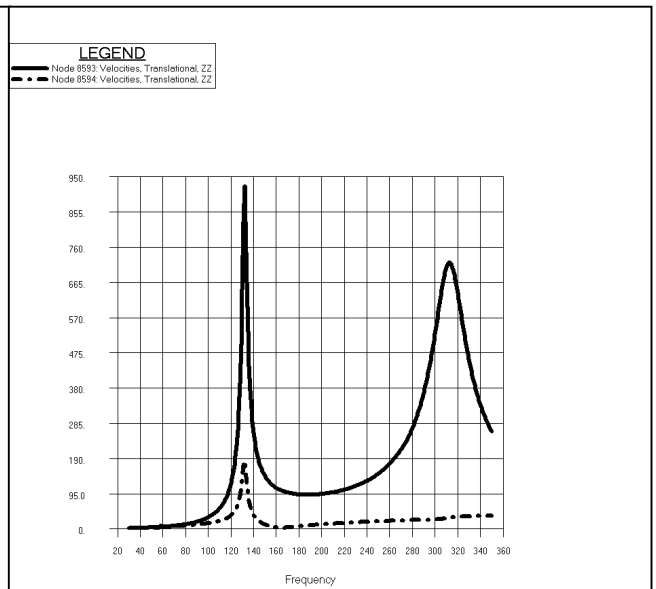


Рис.15 Виброскорости мм/сек.

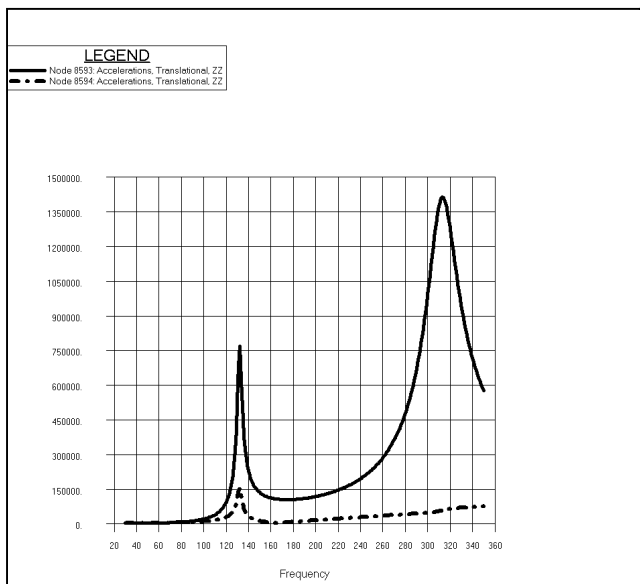


Рис.16 Виброускорения, мм/сек².

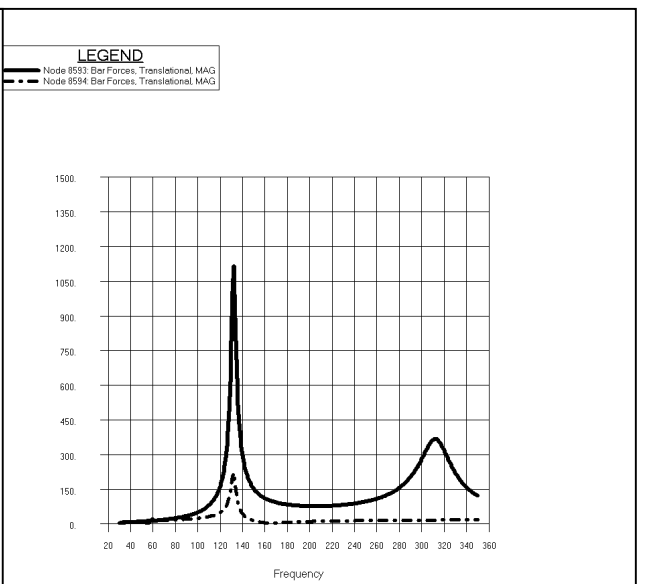


Рис. 17 Усилия в опорах, кг.

На всех резонансных диаграммах, результаты, изображённые сплошной линией, соответствуют точке передней опоры вала турбины (узел 8593); а результаты, изображённые штрих-пунктирной линией – точке задней опоры ротора в районе диска турбины (узел 8594).

Анализ результатов расчёта показывает, что положения пиков на амплитудно-частотных характеристиках соответствуют значениям критических скоростей прямой синхронной прецессии. Значения резонансных амплитуд зависят от соотношения возбуждающих и демпфирующих сил. Помимо этого, сопоставление амплитудно-частотных кривых для узлов ротора, лежащих в плоскостях передней и задней опор при действии силовой и моментной неуравновешенности показывает, что величины резонансных пиков в каждом случае также зависят от характера данной возбуждающей силы и форм колебаний, соответствующей этому резонансу. При действии неуравновешенной силы в плоскости диска турбины максимум перемещения наблюдается в задней опоре ротора для первой (скалочной) формы колебаний. При действии моментного дисбаланса (осевом биении полотна диска) скалочная форма почти не проявилась, а максимум амплитуды перемещений находится в районе передней опоры и соответствует второй (изгибной) форме колебаний.

Формы колебаний ротора для первых трёх критических скоростей прямой синхронной прецессии приведены в приложении С. В приложении также представлены операторы секции BULK DATA, описывающие упругие и демпфирующие характеристики упруго-демпферных опор. В данном примере характеристики опор не зависят от частоты возбуждающей силы (скорости вращения вала). Если в задаче жёсткость и/или демпфирование зависят от оборотов (например, для подшипников скольжения), то эта зависимость изменения параметров опор по частоте задаётся в операторах TABLEDi, на которые ссылаются из операторов PELAST и/или PDAMPT, описывающих характеристики соответствующих элементов CELAS1 и CDAMP1. Одновременно, если для решения используется модальный частотный анализ (SOL111), для расчёта собственных векторов конструкции на модальной фазе решения в операторах PELAS и/или PDAMP для этих же элементов должны быть заданы номинальные упругие и демпферные характеристики.

Для сокращения размера файла результатов при расчёте частотного отклика в диапазоне от 30Гц до 350Гц с шагом 1Гц использован оператор SET секции CASE CONTROL Вывод значений скоростей, ускорений и усилий в заданных оператором SET узлах и элементах обеспечивается соответствующими операторами секции CASE CONTROL: VELOCITY, FORCE, ACCELERATION и т.д.

В таблице 4 представлены результаты расчёта реакции ротора в плоскостях передней и задней опоры при работе турбины в рабочем диапазоне оборотов для скорости вращения 12000об/мин и заданных значениях дисбалансов.

Таблица 4

Величина	Опора	Силовой дисбаланс	Моментный дисбаланс
Перемещение [мм]	передняя	0,141	0,073
	задняя	0,161	0,0084
Скорость [мм/сек]	передняя	178	92,4
	задняя	203	10,6
Ускорение [g]	передняя	22,7	11,8
	задняя	25,9	1,6
Усилие [кг]	передняя	141	73
	задняя	161	8,4

В данном примере представлены результаты расчёта реакции ротора на дисбаланс только для узлов опор при действии одного дисбаланса в одной плоскости. В каждом конкретном случае, в зависимости от характера задачи, можно определять напряжённо-деформированное состояние для любой точки ротора и произвольного сочетания различных дисбалансов, лежащих в разных плоскостях и имеющих различное угловое расположение относительно друг друга. Эта возможность обеспечивается оператором DPHASE и соответствующей ссылкой в операторе DAREA. В таблице 5 для другой модели ротора показан пример задания двух одинаковых по величине дисбалансов, лежащих в двух плоскостях, но неуравновешенные массы при этом расположены по разные стороны от оси ротора.

Таблица 5

Исходные данные для задания двух диаметрально противоположных дисбалансов, расположенных в двух плоскостях по различные стороны от оси ротора

```

DLOAD 12 1.0194-3 0.005 101 0.005 102 0.005 201
0.005 202
$ First unbalance force
$ X1
DAREA 101 25 1 1.
$ DAREA DELAY DPHASE REAL IMAG
RLOAD1 101 101 81
$ Y1
DAREA 102 25 2 1.
RLOAD1 102 102 82
$ Second unbalance force
$ X2
DAREA 201 47 1 1.
DPHASE 211 47 1 180.
$ DAREA DELAY DPHASE REAL IMAG
RLOAD1 201 201 211 91
$ Y2
DAREA 202 47 2 1.
DPHASE 212 47 2 180.
RLOAD1 202 202 212 92
$
TABLED4 81 0. 1. 1.0 1000.
0.0 0.0 39.478 ENDT
TABLED4 82 0. 1. 1.0 1000.
0.0 0.0 -39.478 ENDT
TABLED4 91 0. 1. 1.0 1000.
0.0 0.0 39.478 ENDT
TABLED4 92 0. 1. 1.0 1000.
0.0 0.0 -39.478 ENDT

```

В этой таблице дисбалансы заданы для узлов 25 и 47, причём действующий в узле 47 вектор силы сдвинут по фазе относительно направления силы, приложенной в узле 25, на величину 180°. Операторы DPHASE задаются для действительного и мнимого компонентов силы и указывают одинаковый сдвиг фазы.

6. Заключение

В работе представлены примеры задания динамических нагрузок, вызывающих прецессионное движение ротора и эквивалентных действию вращающихся неуравновешенных масс и моментных дисбалансов. Разработана методика анализа вынужденных колебаний ротора с учётом гироскопических моментов и показана возможность исследования динамических характеристик роторов турбомашин с помощью МКЭ. Возможность такого анализа обеспечена в MSC.Nastran наличием DMAP процедуры RIDGYROA.V707, добавляющей гироскопические члены при прецессионном движении вращающейся конструкции в соответствующие матрицы при расчете собственных и вынужденных колебаний, а также переходных процессов.

Приведённые в работе примеры расчётов дают некоторое представление о полноте и разнообразии возможностей при исследовании динамических характеристик роторов, которые обеспечивает анализ с помощью MSC.Nastran. В отличие от обычно используемых в настоящее время для расчета критических скоростей специализированных программ, основанных либо на методе начальных параметров в дифференциальной или интегральной форме, либо на вариантах метода динамических жёсткостей и т.д., применение конечно-элементного комплекса MSC.Nastran позволяет анализировать динамические характеристики при наиболее полном моделировании свойств реальной конструкции. Для построения расчетной модели используется чертеж конструкции, полученный из CAD/CAM системы, на основе которого в MSC.Patran строится конечно-элементная модель. Полученная модель ротора подробно учитывает форму конструкции, податливости соединений деталей, особенности деформирования элементов конструкции и т.д.

Применение разработанной методики для расчёта турбомашин позволяет на основе единого конечно-элементного подхода исследовать статическое и динамическое напряжённо-деформированное состояние вращающихся конструкций.

В данной работе не рассмотрено использование метода суперэлементов, который позволяет значительно сократить стоимость анализа динамических характеристик всей турбомашин при исследовании совместных колебаний входящих в конструкцию роторов и корпусов.

Литература

1. Диментберг Ф.М. «Изгибные колебания вращающихся валов», АН СССР, Москва, 1959.
2. MSC/NASTRAN Advanced Dynamic Analysis User's Guide (Version 70).
3. Гинесин Л.Ю. «Расчёт критических оборотов роторов ГТД с использованием 3D моделей в MSC.Nastran», вторая Российская конференция пользователей систем MSC, Москва, 1999.
4. «Расчёт собственных частот и критических оборотов системы ротор–статор», Методическое пособие Московского представительства MSC.Software, 1999.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

В приложении приведены исходные данные для различных вариантов расчёта ротора с консольным диском на жёстких опорах (см. модель на рис. 1 и 2). Конечно-элементная модель ротора во всех случаях одна и та же.

Таблица А1. Исходные данные для расчета критических скоростей модальным методом

```
$ NASTRAN input file ROTOR CRITICAL SPEED
NASTRAN MESH
$ Modal Complex Solution
SOL 110
TIME 600
include 'ridgyroa.v707'
CEND
SEALL = ALL
SUPER = ALL
TITLE = MSC/NASTRAN ROTOR - STATOR VIBRATION
ECHO = SORT
MAXLINES = 999999999
SUBCASE 1
$ Subcase name : Critical Speed
SUBTITLE=WHIRL_1.0
$ Real and Complex Methods
METHOD = 100
CMETHOD = 100
SPC = 1
VECTOR(SORT1,REAL)=ALL
$ For critical speed
param, sync, yes
$
BEGIN BULK
PARAM POST 0
PARAM WTMASS 1.
$
eigr,100,,20
eigc,100,hess,,,,,12
$
$ Gyroscopic Node
GRID 100 0. 0. 1.2
RBE3, 100, , 100, 123456, 1.0, 123, 301, 302,
, 303, 304
$
$ add gyro terms to grid 100
$ assume rotation about z-axis.
$
dti, rgyro, 0
dti, rgyro, 1, 100, 2.45437, 3, 1.0
$
$ Disk mass
CONM2 1001 301 0 19.6350
CONM2 1002 302 0 19.6350
CONM2 1003 303 0 19.6350
CONM2 1004 304 0 19.6350
$
$ Shaft
PBAR 1 1 .001021 5.424-7 5.424-7 1.084-6 + C
+ C .035 0. 0. .035 -.035 0. 0. -.035
CBAR 1 1 1 2 0. 1. 0.
=(23), *(1), =, *(1), *(1), ==
$
$ Elements and Properties for Disk
PBARL 4 3 ROD + C1
+ C1.100
CBAR 301 4 25 301 0. 0. 1.
CBAR 302 4 25 302 0. 0. 1.
```

```

CBAR 303 4 25 303 0. 0. 1.
CBAR 304 4 25 304 0. 0. 1.
$
$ Shaft Material
MAT1* 1 2.+11 .3 * E
* E 8000.
$ Disk Material
MAT1* 3 2.+15 .3 * F3
* F3 .0001
$
$ Nodes of the Entire Model
$GRID ID CP X Y Z
$ Shaft
GRID 1 0. 0. 0.
=(24), *(1), =, =, =, *(.05), ==
$ Disk modeling as cross
GRID 301 .176777 0. 1.2
GRID 302 -.176777 0. 1.2
GRID 303 0. .176777 1.2
GRID 304 0. -.176777 1.2
$
$ Loads for Load Case : Critical Speed
SPCADD 1 2 3 4
$ Displacement Constraints of : front support
SPC1 3 123 1
$ Displacement Constraints of : rear support
SPC1 4 12 21
$ Displacement Constraints of : shaft_rotation
SPC1 2 6 1 THRU 25
ENDDATA

```

Таблица А2. Исходные данные для расчета вынужденных колебаний ротора на жёстких опорах – прямая прецессия

```

$ NASTRAN input file ROTOR CRITICAL SPEED
$ Forward Whirl Unbalance Responce
NASTRAN MESH
SOL 108
TIME 600
include 'ridgyroa.v707'
CEND
SEALL = ALL
SUPER = ALL
TITLE = MSC/NASTRAN ROTOR - STATOR VIBRATION
ECHO = SORT
MAXLINES = 999999999
SUBCASE 1
$ Subcase name : Critical Speed
SUBTITLE=+F
SPC = 1
FREQ = 11
DLOAD = 23
VECTOR(SORT1,REAL)=ALL
$ For critical speed
param, sync, yes
$
BEGIN BULK
PARAM POST 0
PARAM WTMASS 1.
PARAM G 0.02
$
FREQ1 11 10. 5 400
DLOAD 23 1. 0.001 12 0.001 13
$ X
DAREA 20 25 1 1.
$ DAREA DELAY DPHASE REAL IMAG
RLOAD1 12 20 22
$ Y
DAREA 30 25 2 1.
RLOAD1 13 30 33
$
TABLED4 22 0. 1. 10. 210.
0.0 0.0 39.478 ENDT
TABLED4 33 0. 1. 10. 210.
0.0 0.0 -39.478 ENDT
$
GRID 100 0. 0. 1.2
RBE3, 100, , 100, 123456, 1.0, 123, 301, 302,
, 303, 304
$
dti, rgyro, 0
dti, rgyro, 1, 100, 2.45437, 3, 1.0
$

```

К.Э. модель и граничные условия

ENDDATA

Таблица А3. Исходные данные для расчета вынужденных колебаний ротора на жёстких опорах – обратная прецессия

```
$ NASTRAN input file ROTOR CRITICAL SPEED
$ Backward Whirl Unbalance Responce
NASTRAN MESH
SOL 108
TIME 600
include 'ridgyroa.v707'
CEND
SEALL = ALL
SUPER = ALL
TITLE = MSC/NASTRAN ROTOR - STATOR VIBRATION
ECHO = SORT
MAXLINES = 999999999
SUBCASE 1
$ Subcase name : Critical Speed
SUBTITLE=-F
SPC = 1
FREQ = 11
DLOAD = 23
VECTOR(SORT1,REAL)=ALL
$ For critical speed
param, sync, yes
$
BEGIN BULK
PARAM POST 0
PARAM WTMASS 1.
PARAM G 0.02
$
FREQ1 11 10. 5 400
DLOAD 23 1. 0.001 12 0.001 13
$ X
DAREA 20 25 1 1.
$ DAREA DELAY DPHASE REAL IMAG
RLOAD1 12 20 22
$ Y
DAREA 30 25 2 1.
RLOAD1 13 30 33
$
TABLED4 22 0. 1. 10. 210.
0.0 0.0 39.478 ENDT
TABLED4 33 0. 1. 10. 210.
0.0 0.0 39.478 ENDT
$
GRID 100 0. 0. 1.2
RBE3, 100, , 100, 123456, 1.0, 123, 301, 302,
, 303, 304
$
dti, rgyro, 0
dti, rgyro, 1, 100, 2.45437, 3, 1.0
$
```

К.Э. модель и граничные условия

ENDDATA

Таблица А4. Исходные данные для расчета вынужденных колебаний ротора на жёстких опорах при скорости вращения 2400об/мин

```

$ NASTRAN input file ROTOR CRITICAL SPEED
$ Nonsynchronous Whirl Unbalance Responce
NASTRAN MESH
SOL 108
$SOL 111
TIME 600
include 'ridgyroa.v707'
CEND
SEALL = ALL
SUPER = ALL
TITLE = MSC/NASTRAN ROTOR - STATOR VIBRATION
ECHO = SORT
MAXLINES = 999999999
SUBCASE 1
$ Subcase name : Critical Speed
SUBTITLE=+F_40
$METHOD = 100
SPC = 1
FREQ = 11
DLOAD = 23
VECTOR(SORT1,REAL)=ALL
$ For critical speed
param, sync, no
param, rpm, 2400.
$
BEGIN BULK
PARAM POST 0
PARAM WTMASS 1.
PARAM G 0.02
$
$eigr1,100,,20
$
FREQ1 11 10. .5 500
DLOAD 23 1. 0.01 12 0.01 13
$ X
DAREA 31 25 1 1.
$ DAREA DELAY DPHASE REAL IMAG
RLOAD1 12 31 22
$ Y
DAREA 32 25 2 1.
RLOAD1 13 32 33
$
TABLED4 22 0. 1. 10. 260.
0.0 0.0 39.478 ENDT
TABLED4 33 0. 1. 10. 260.
0.0 0.0 -39.478 ENDT
$
GRID 100 0. 0. 1.2
RBE3, 100, , 100, 123456, 1.0, 123, 301, 302,
, 303, 304
$
dti, rgyro, 0
dti, rgyro, 1, 100, 2.45437, 3, 1.0
$

```

К.Э. модель и граничные условия

ENDDATA

ПРИЛОЖЕНИЕ В

В приложении приведены формы колебаний ротора с консольным диском на жёстких опорах при прямой и обратной синхронной прецессии.

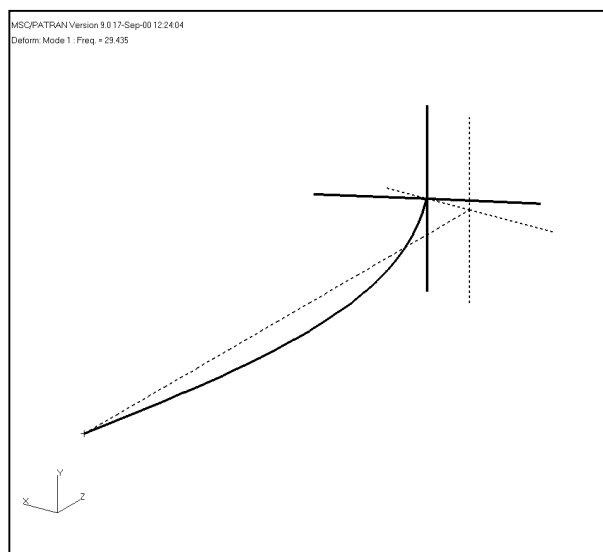


Рис. В1.

Обратная синхронная прецессия.
Первая изгибная форма.
Значение критической скорости 29,44гц.

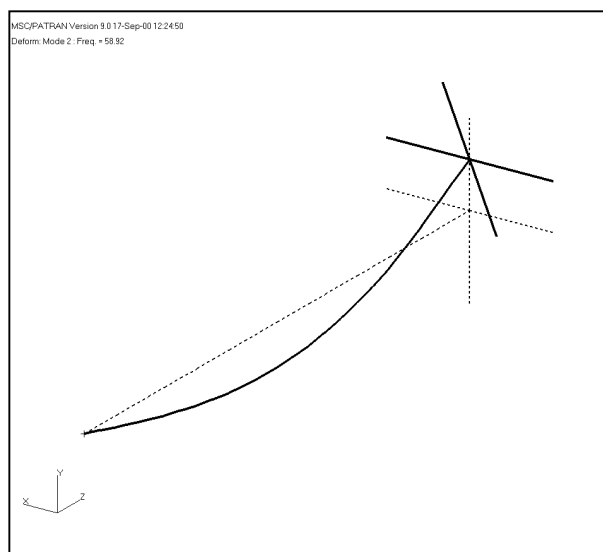


Рис. В2.

Прямая синхронная прецессия.
Первая критическая скорость ротора
Значение критической скорости 58,92гц.

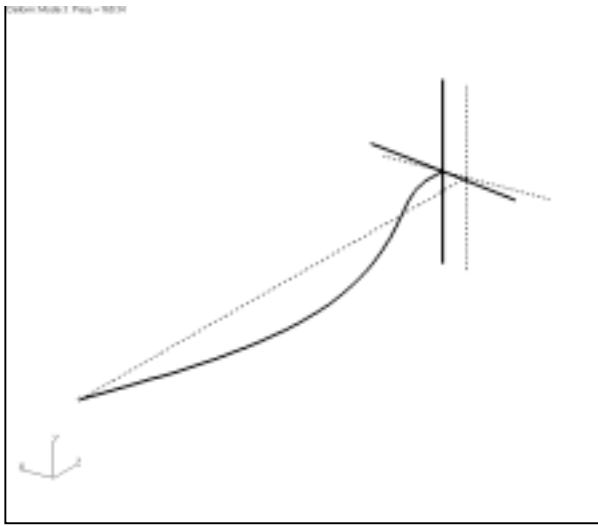


Рис. В3.
Обратная синхронная прецессия.
Вторая изгибная форма.
Значение критической скорости 160,34гц.

ПРИЛОЖЕНИЕ С

В приложении представлены операторы секции BULK DATA, задающие гироскопический момент для рабочего колеса турбины и описывающие упруго-демпферные опоры. На рисунках показаны формы прямой синхронной прецессии ротора турбины. Для наглядности представления деформации ротора, передняя половина модели отброшена. Первая форма колебаний является скалочной, остальные две – изгибные.

Таблица С1. Задание гироскопического момента и упруго-демпферных опор

```
$ gyroscopic items
dti, rgyro, 0
dti, rgyro, 1, 9000, 450.0, 1, 1.0
$
$ MPC for gyro point
RBE3 6999 9000 123456 1. 123 1819 1850 +RBE001
+RBE001 1886 1922 1958 1994 2030 2066 2102 2138 +RBE002
+RBE002 2174 2210 2246 2282 2318 2354 2390 2426 +RBE003
+RBE003 2462 2498 2534 2570 2606 2642
$
celas2, 7701, 1000., 8593, 2, , ,
celas2, 7702, 1000., 8593, 3, , ,
celas2, 7703, 1000., 8594, 2, , ,
celas2, 7704, 1000., 8594, 3, , ,
$
CDAMP1 7711 7710 8593 2
CDAMP1 7712 7710 8593 3
CDAMP1 7713 7710 8594 2
CDAMP1 7714 7710 8594 3
PDAMP 7710 0.1
```

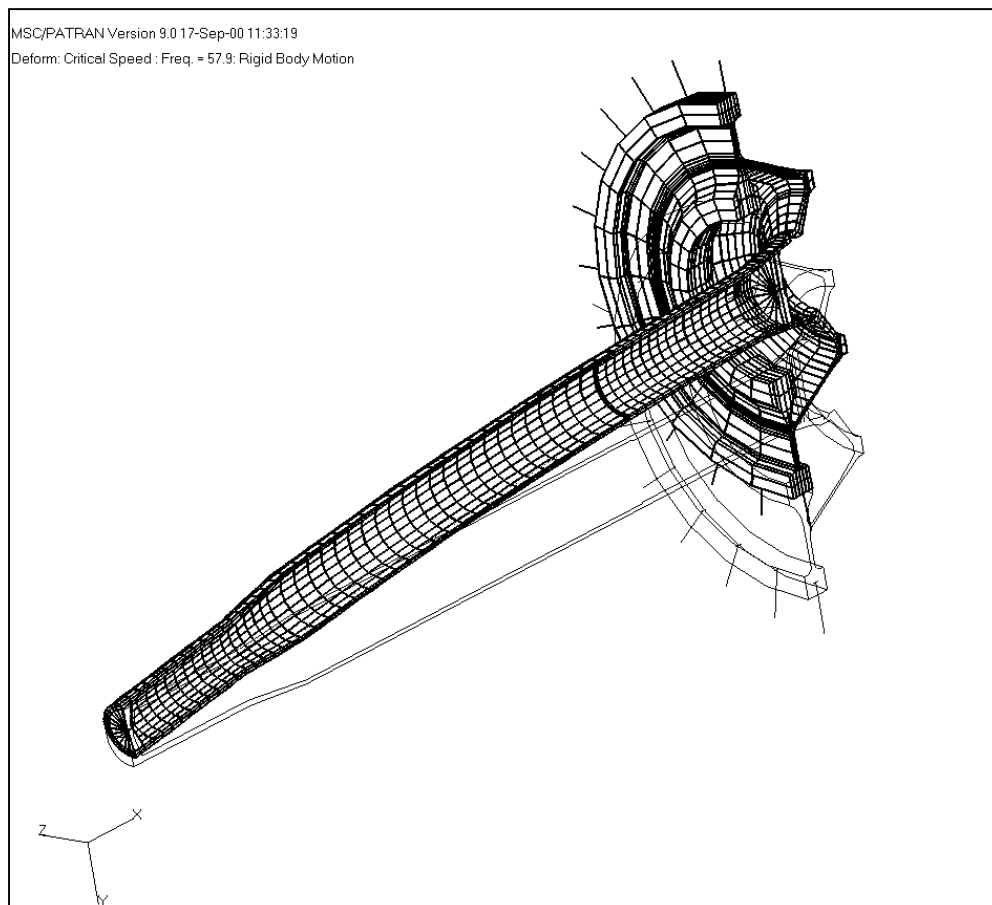


Рис. С1. Первая критическая скорость, частота 57,9Гц.

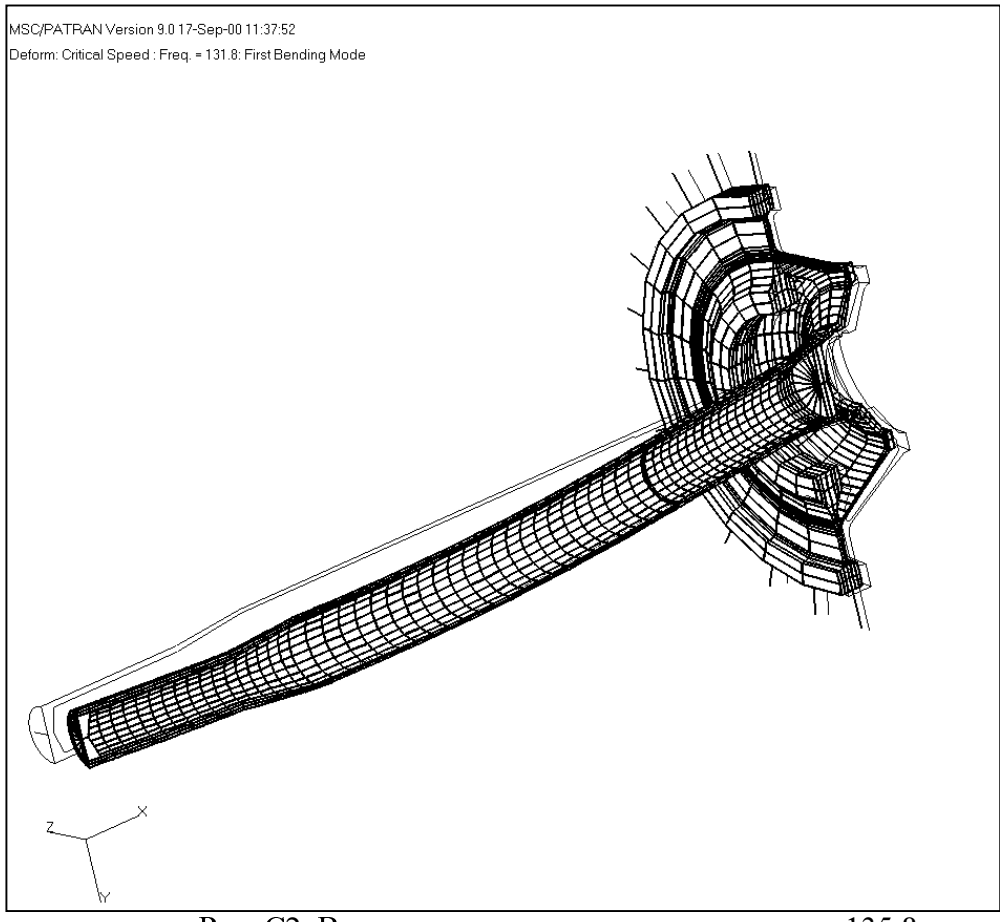


Рис. С2. Вторая критическая скорость, частота 135,8Гц

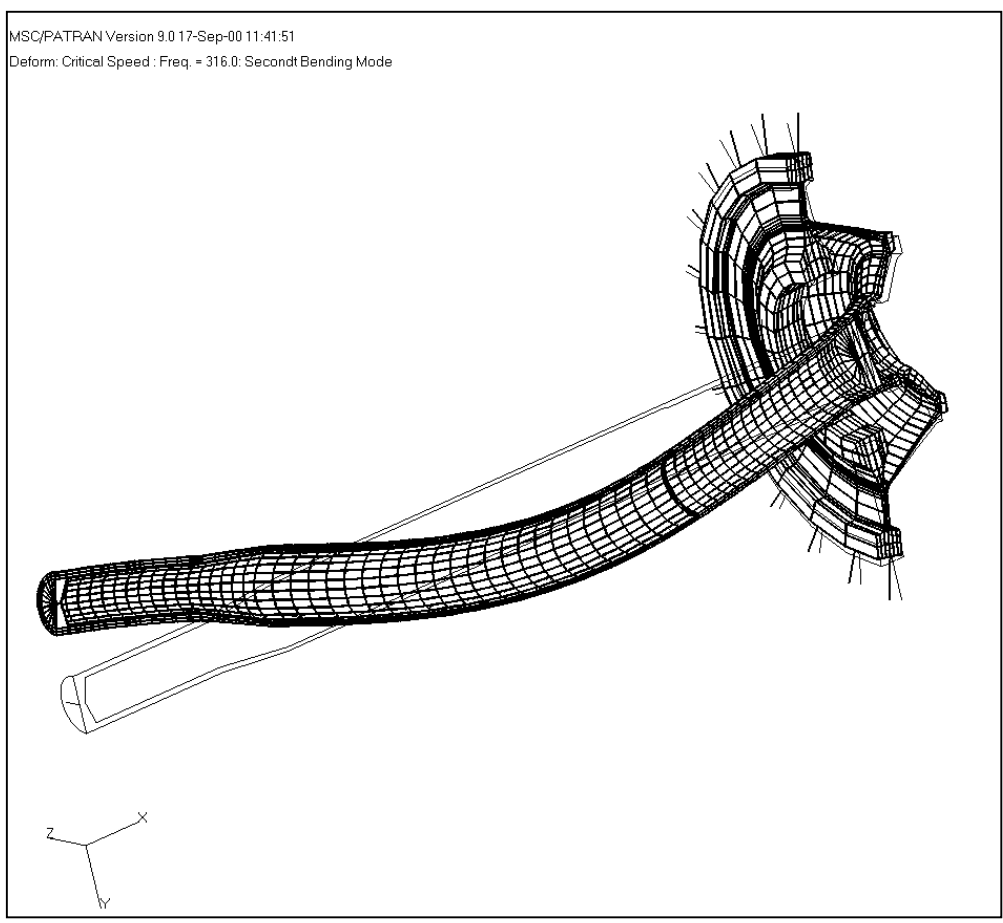


Рис. С3. Третья критическая скорость, частота 316,0Гц

ПРИЛОЖЕНИЕ D

В приложении на примере изгиба консольной балки проведён расчёт перемещений при задании силового и моментного дисбаланса. Результаты расчёта MSC.Nastran сопоставлены с аналитическим решением. Этот расчёт показывает, как надо обрабатывать в MSC.Patran комплексные результаты расчёта реакции ротора на дисбаланс с тем, чтобы получать правильные значения искомых величин.

Рассмотрена консольно заделанная балка длиной 1м, моменты инерции сечения $I_X=1 \cdot 10^{-9} \text{ м}^4$, $I_Y=0,5 \cdot 10^{-9} \text{ м}^4$, модуль упругости материала $E=10^{11} \text{ н/м}^2$. В первом расчёте балка нагружена массовым дисбалансом 0,001кгм, частота вращения равна 10гц.

На рис. D1-D3 показаны результаты расчета перемещений свободного конца балки.

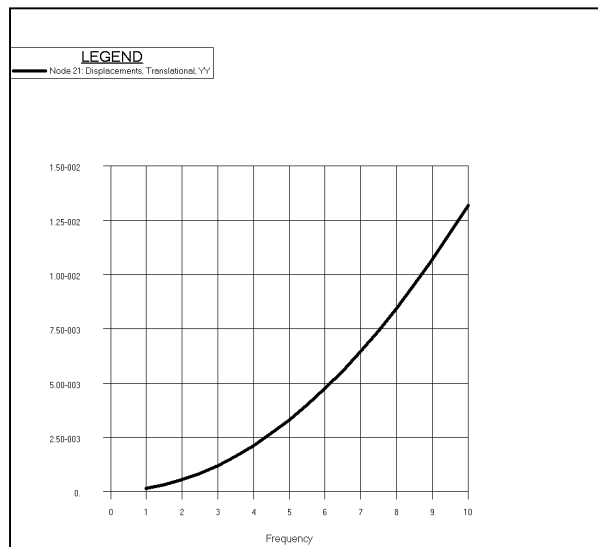


Рис. D1 Перемещения Y.

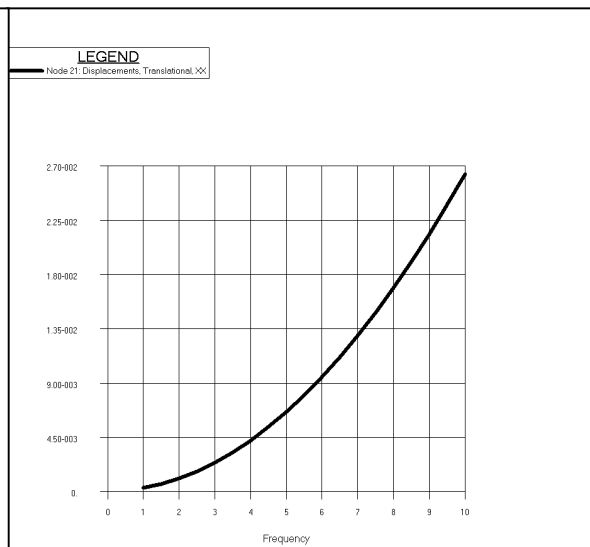


Рис. D2 Перемещения X.

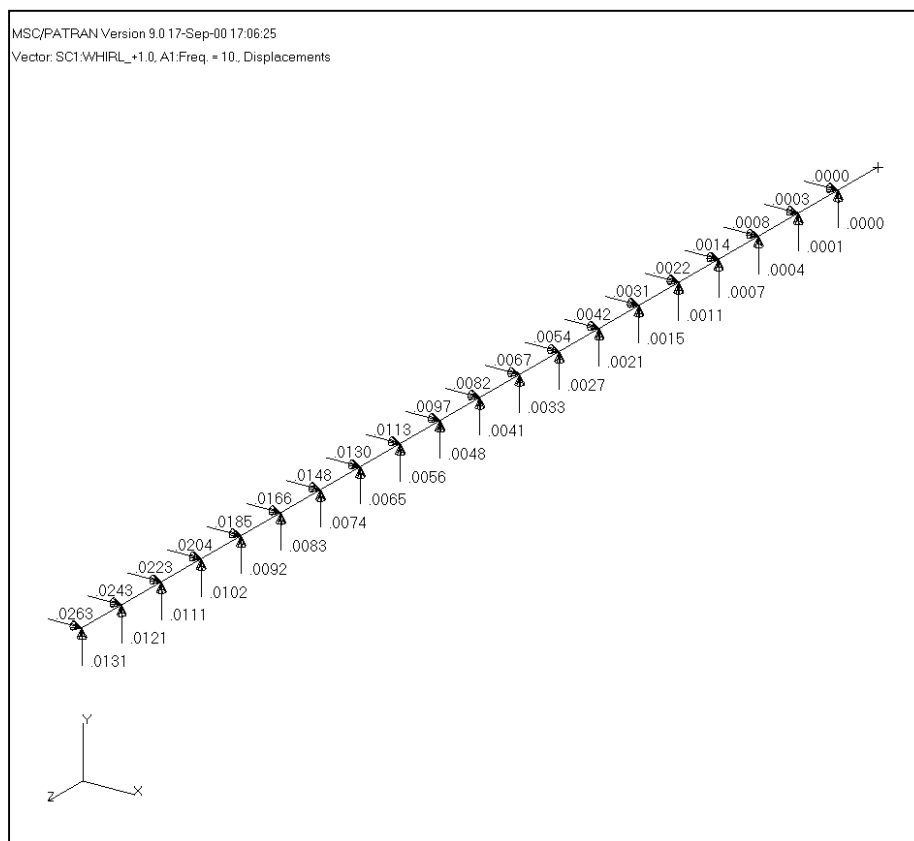


Рис. D3 Вектор перемещений при силовом дисбалансе.

Во втором расчёте балка нагружена моментным дисбалансом $0,001 \text{ кгм}\cdot\text{м}$, частота вращения также равна 10Гц.

На рис. D4-D6 показаны результаты расчета перемещений свободного конца балки.

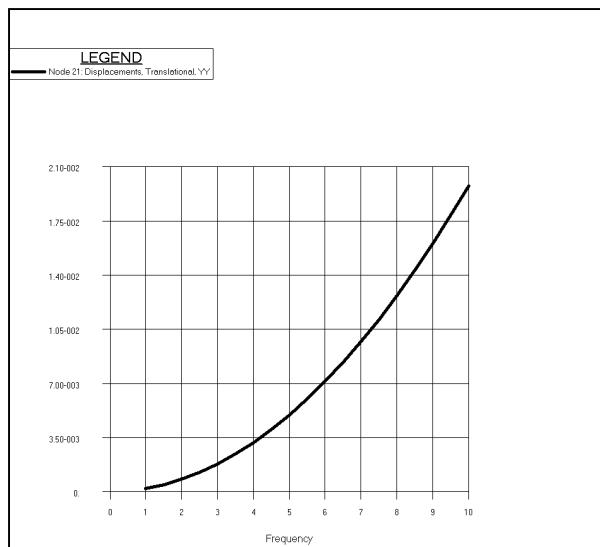


Рис. D4 Перемещения Y.

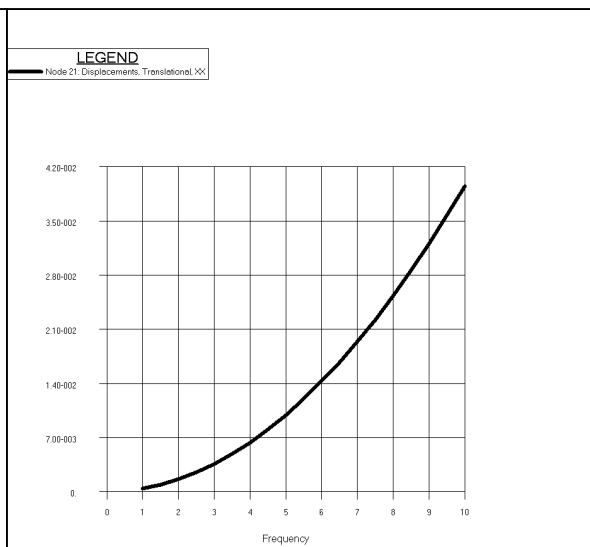


Рис. D5 Перемещения X.

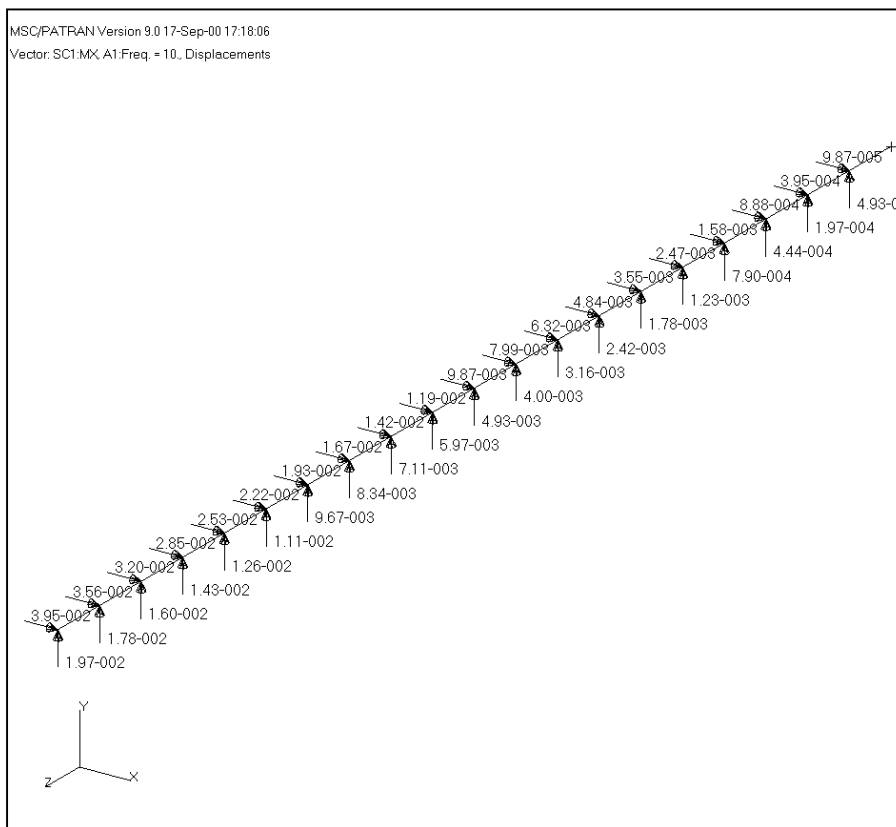


Рис. D6 Вектор перемещений при моментном дисбалансе.

В первом случае прогиб балки в вертикальной плоскости должен быть равен:

$$\delta_Y = \frac{Pl^3}{3EI_X} = \frac{0.001 \cdot (2\pi)^2 \cdot 10^2 \cdot 1^3}{3 \cdot 10^{11} \cdot 10^{-9}} = 1.316 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

В горизонтальной плоскости из-за разницы моментов инерции I_X и I_Y прогиб балки в два раза больше и равен $\delta_X=0,02632\text{м}$. Эти значения точно соответствуют величинам компонент комплексного вектора деформации при расчёте частотного отклика. Так как при дисбалансе величина нагрузки на ротор зависит от квадрата оборотов, амплитудно-

частотная характеристика балки представляет собой параболу. Диапазон частот 1-10Гц специально выбран далеко от возможных резонансов.

При втором случае нагружения прогиб балки в вертикальной плоскости равен:

$$\delta_y = \frac{Ml^2}{2EI_x} = \frac{0.001 \cdot (2\pi)^2 \cdot 10^2 \cdot 1^2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 10^{-9}} = 1.974 \cdot 10^{-2} m$$

В горизонтальной плоскости прогиб при данном соотношении I_x и I_y в два раза больше и равен $\delta_x=0,03948m$. Эти значения также точно соответствуют величинам компонент комплексного вектора деформации при расчёте частотного отклика от моментного дисбаланса.

При построении графика, деформации и т.д., при работе в меню **Results/Create** сначала, во время построения **Graph, Deformation** и т.д., в подменю **Plot Options** выбрано представление комплексного числа по модулю (**Complex No. as: Magnitude**), а затем при выборе типа результата в подменю **Select_Results** выведены компоненты вектора по нужному направлению (для графика: **Graph/Select_Results/Quantity [X Component]** или **[Y Component]** при вращении вокруг оси \bar{Z}); (для деформации: **Deformation/Select_Results/Show As: [Component]**). Указанная последовательность действий обеспечивает правильное представление результата.